

Rezolvarea subiectului model pentru
Evaluarea națională pentru elevii clasei a VIII-a , 2012
Probă scrisă la MATEMATICĂ

prezentare de **VISILINA GUIȚĂ**

Subiectul I

1. $10 - 10 : 5 = 10 - 2 = 8$. Rezultatul calculului este 8.
2. Numerele întregi din intervalul $[-5, 4]$ sunt : -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4. Numărul lor este 10.
3. Metoda I.

Dacă 50 kg de castraveți costă 200 lei, atunci 5 kg de castraveți costă de 10 ori mai puțin adică $200 : 10 = 20$. Răspunsul este 20 lei.

Metoda II.

50 kg.....200 lei

5 kg..... x lei. Fiind mărimi direct proporționale $\Rightarrow \frac{50}{5} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 200}{50} = 20$ lei.

4. Fie B- lungimea bazei mari, b- lungimea bazei mici, l_m - lungimea liniei mijlocii și h- lungimea înălțimii în trapez, $h=8$ cm și $l_m = 10$ cm. Aria trapezului este $A_{\text{trapez}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$.

Conform teoremei liniei mijlocii într-un trapez $\Rightarrow l_m = \frac{B+b}{2}$. Atunci $A_{\text{trapez}} = h \cdot l_m = 8 \cdot 10 = 80 \text{ cm}^2$.

5. Se știe că $A_{\text{cub}} = 6 \cdot A_{\text{fețe}} = 6 \cdot a^2$, unde a este muchia cubului. Rezultă că $6 \cdot a^2 = 600 \Leftrightarrow a^2 = 100 \Leftrightarrow a = 10$. Muchia cubului este 10 cm.

6. Numărul elevilor din lot este egal cu $9+4+5+2=20$ elevi.

Subiectul al II-lea

1. Vezi desenul alăturat.

2. $5 \cdot a - 11 \cdot b + 21 \cdot c = (2 \cdot a + b - 3 \cdot c) + 3 \cdot a - 12b + 24c = 15 + 3 \cdot (a - 4 \cdot b + 8 \cdot c) = 15 + 3 \cdot 25 = 15 + 75 = 90$.

3. Notăm cu x numărul de pagini citite în prima zi.

În fiecare din cele 5 zile a citit respectiv : x, x+3, x+6, x+9, x+12 pagini.

Cum numărul total de pagini citite este de 230 $\Rightarrow x + (x+3) + (x+6) + (x+9) + (x+12) = 230 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5 \cdot x + 30 = 230 \Leftrightarrow 5 \cdot x = 200 \Leftrightarrow x = 40$. Așadar, în prima zi a citit 40 pagini.

Numărul de pagini citite, pe zile, este: 40, 43, 46, 49, 52. În a doua zi, persoana a citit 43 de pagini, iar 43 este un număr prim.

4. a) Funcția f este funcție de gradul I și reprezentarea ei grafică este o dreaptă.

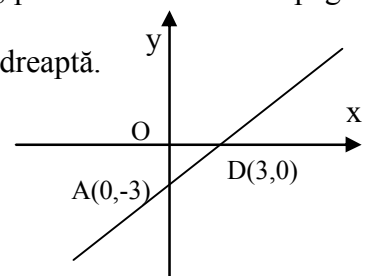
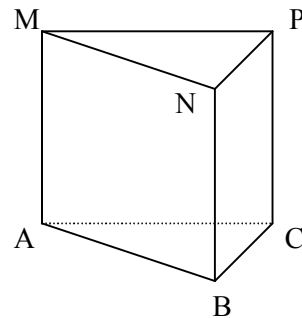
Determinăm intersecțiile graficului funcției f cu axele de coordonate.

$$G_f \cap Oy : x = 0 \Rightarrow f(0) = -3 \Rightarrow A(0; -3) \in G_f ;$$

$$G_f \cap Ox : f(x) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow D(3; 0) \in G_f .$$

b) Se determină : $G_f \cap Oy = \{A(0; -3)\}$

$$G_g \cap Oy : x = 0 \Rightarrow g(0) = 5 \Rightarrow B(0; 5) \in G_g ;$$



$$G_f \cap G_g : \begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases} \Rightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow x - 3 = -3x + 5 \Leftrightarrow$$

$$4x = 8 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow G_f \cap G_g = \{E(2; -1)\}$$

Triunghiul obținut este ABE ; $AB = OA + OB = 3 + 5 = 8$.

Fie $EM \perp Oy, M \in Oy$, $EM = 2$. Aria triunghiului cerut este dată de

$$\text{formula } A_{\triangle AEB} = \frac{AB \cdot EM}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$$

5. Ridicând ambii membri ai egalității la pătrat

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$$

Subiectul al III-lea

1. a) Notăm piramida cu VABC și cu O centrul bazei ABC, $VO \perp (ABC)$,

$VA = 2$ cm și $AB = 3$ cm. Fie h lungimea înălțimii $[VO]$ a piramidei VABC.

$$\text{Triunghiul ABC echilateral} \Rightarrow AO = R = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

$VO \perp (ABC) \Rightarrow VO \perp AO$ și aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul VOA

$$\Rightarrow VA^2 = h^2 + AO^2 \Rightarrow h^2 = VA^2 - AO^2 \Rightarrow h = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 \text{ cm}.$$

$$\text{b) Baza piramidei fiind triunghiul echilateral ABC} \Rightarrow A_b = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_b = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Formula volumului piramidei este } V = \frac{A_b \cdot h}{3} ; V = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 1}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^3$$

c) Aria suprafeței minime de staniol necesar împachetării unei singure bomboane reprezintă aria totală a piramidei VABC.

Fie M mijlocul laturii $[AB]$. Cum triunghiul VAB este isoscel $\Rightarrow VM \perp AB$.

$$\text{În triunghiul VMA, } m(\angle VMA) = 90^\circ \stackrel{\text{T.P.}}{\Rightarrow} VA^2 = AM^2 + VM^2 \Rightarrow$$

$$VM^2 = VA^2 - AM^2 \Rightarrow VM^2 = 2^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow VM^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow VM = \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ cm}.$$

$$\text{Aria laterală a piramidei este dată de formula } A_{\text{lat}} = \frac{3 \cdot AB \cdot VM}{2} \Rightarrow A_{\text{lat}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2}}{2} = \frac{9 \cdot \sqrt{7}}{4} \text{ cm}^2$$

$$\text{Aria totală a piramidei este dată de formula } A_t = A_b + A_{\text{lat}}. \text{ Aria bazei este } A_b = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2.$$

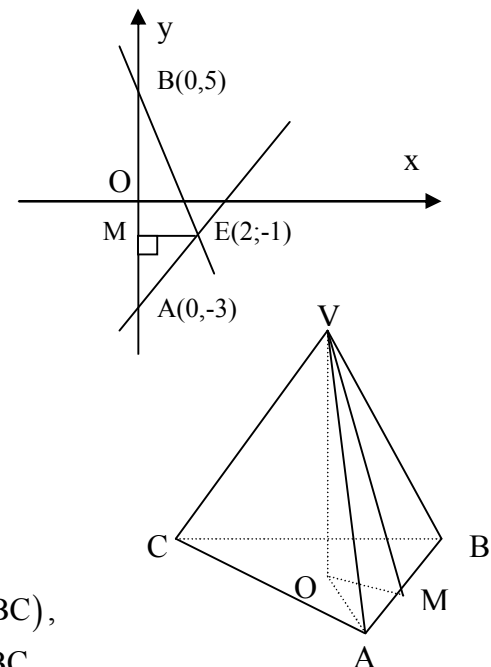
$$A_t = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{7}}{4} = \frac{9 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7})}{4} \text{ cm}^2.$$

Aria suprafeței minime de staniol necesar împachetării a 100 de bomboane este dată de

$$A_{\text{min}} = 100 \cdot \frac{9 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7})}{4} = 225 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7}). \text{ Dar } \sqrt{3} = 1,73... \text{ și } \sqrt{7} = 2,64... \Rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{7} > 4,3.$$

Așadar, $A_{\text{min}} > 225 \cdot 4,3 = 967,5 > 960$. Aria suprafeței minime de staniol necesar împachetării a 100 de bomboane este mai mare decât 960 cm^2 .

2. a) Lungimea gardului exterior care înconjoară grădina este egal

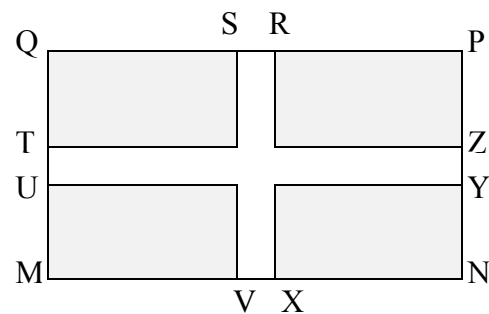


cu perimetrul grădinii din care se scad lungimile celor 4 porți de acces.

Perimetrul grădinii este $2 \cdot (MN + MQ) = 2 \cdot (100 + 60) = 320 \text{ m}$

Suma lungimile porților de acces este $4 \cdot SR = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}$.

Lungimea gardului este egală cu $320 - 16 = 304 \text{ m}$.



b) Aleile determină 4 parcele dreptunghiulare de aceeași arie și fiecare de lungime

$L = (100 - 4) : 2 = 48 \text{ m}$ și de lățime $l = (60 - 4) : 2 = 28 \text{ m}$.

Aria unei parcele este $L \cdot l = 48 \cdot 28 = 1344 \text{ m}^2$.

Aria grădinii este $MN \cdot MQ = 100 \cdot 60 = 6000 \text{ m}^2 \Rightarrow$ aria suprafeței ocupate de alei este egală cu $6000 - 4 \cdot 1344 = 624 \text{ m}^2$.

c) Lungimea maximă a diametrului cercului ce reprezintă stratul cu flori este 28 m .

Raza $R = 14 \text{ m}$. Așadar, aria maximă a unui astfel de strat cu flori este $\pi \cdot R^2 = 14^2 \cdot \pi = 196 \cdot \pi \text{ m}^2$.